Prvi naputak

U ovome su materijalu navedena detaljna rješenja zadataka iz fizike s ljetnoga roka Državne mature za šk. god. 2013./2014.
Originalne zadatke možete preuzeti sa stranice Nacionalnoga centra za vanjsko vrjednovanje obrazovanja rabeći poveznicu
http://www.ncvvo.hr/drzavnamatura/web/public/dm14ljeto

Drugi naputak

Više vrijedi samostalno riješiti *jedan zadatak s razumijevanjem* nego bjesomučno prepisivati rješenja pedeset zadataka koje je navela druga osoba. To vrijedi za zadatke iz bilo kojega predmeta. Ako Vam rješenja priredi osoba koja ne navodi svoje ideje i tijek misli nego ustrajava na postupku, primjerice, ovo valja pomnožiti *u križ*, *formula za to je ta i ta*, *nacrtajmo funkciju (!) tu i tu*, *pomak je jednak putu (!)*, *sila u smjeru puta (!)*, …, onda imate posla s intelektualnim patuljkom. Takva osoba ne može Vam pokazati *kako se leti!*
Ideja je pokazati kako se, uz malo mašte, može riješiti bilo koji zadatak srednjoškolske razine iz fizike.
Navedeni tekst podsjetit će Vas na *živu riječ* i *tijek razmišljanja*.
Pripremite se za ispit iz fizike rabeći navedena detaljna *rješenja*. Ne ustručavajte se slobodnoga razmišljanja - uspijete li, ono će Vas silno obradovati.

Treći naputak

Kada, primjerice, kažemo *brzina tijela* pitanje je što nam je, pritom, na umu: možda *iznos brzine* u nekome trenutku, *iznos brzine* u nekome intervalu vremena, *vektor brzine* u nekome trenutku ili pak *srednja vrijednost vektora brzine* u konačnome intervalu vremena. U prva je dva slučaja riječ o skalarnoj veličini, a u druga dva o vektorskoj veličini.
U ovim ćemo *rješenjima* za *iznos brzine* govoriti *brzina po putu* (eng. speed) što je skalarna veličina, a za *vektor brzine* govorit ćemo *brzina po pomaku* (eng. velocity) što je vektorska veličina. Čitatelju je bitno uočiti je li riječ o tim veličinama u nekom *trenutku* ili u nekome *intervalu vremena*.

1. D

Sila F koja djeluje na oprugu uzrokuje istezanje x opruge iz ravnotežnoga položaja i pritom za nju vrijedi izraz $F = kx$ gdje je k konstanta elastičnosti opruge. Prema tome imamo

$$k = \frac{F}{x} = \frac{15\ \mathrm{N}}{0.1\ \mathrm{m}} = 150\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

i točan je odgovor D.

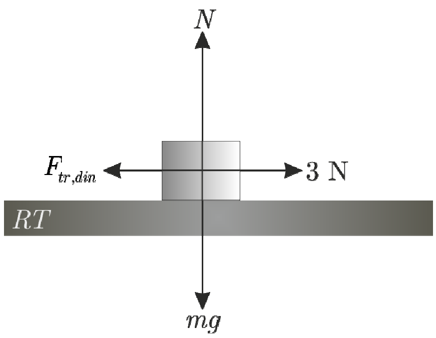
Dublje razumijevanje:
Nije korektno govoriti, premda je to uobičajeno, *sila djeluje na oprugu ili, općenitije, na tijelo.* Naime, na oprugu djeluje drugo tijelo, primjerice Kianu, i međudjelovanje između Kianua i opruge, za mala istezanja za koja vrijedi Hookeov zakon, opisujemo silom koja ima gore navedeni oblik.

Sila kojom Kianu (K) svojom rukom djeluje na oprugu (O), kao što smo kazali, ima oblik $F_{KO} = kx$, a protusila te sile jest sila kojom opruga djeluje na Kianuovu ruku i njezin je oblik $F_{OK} = -kx$. Potonja se, kao što znamo, naziva *elastična sila.* Elastična sila suprotna je po smjeru (ili suprotne je orijentacije) od istezanja x, a ta je činjenica, u izrazu za tu silu, opisana negativnim predznakom.

2. C

S obzirom da se kvadar, u odnosu na podlogu, giba jednoliko, onda zaključujemo da je ubrzanje kvadra, a time i ukupna sila koja djeluje na kvadar jednaka nuli.
Na kvadar, primjerice udesno, djeluje sila paralelna s podlogom kojoj je iznos 3 N. Pritom, na kvadar djeluje i dinamička sila trenja F_{tr} kojom podloga djeluje nanj u suprotnome smjeru, ulijevo. S obzirom da je ukupna sila na kvadar u smjeru paralelnom s podlogom jednaka nuli, onda mora biti $F_{tr} = 3$ N.
Jednaki se rezultat dobiva ako pretpostavimo da sila iznosa 3 N djeluje na kvadar, paralelno s podlogom, ulijevo.
Točan je odgovor C.

Dublje razumijevanje:
Usmjerimo pažnju na crtež:

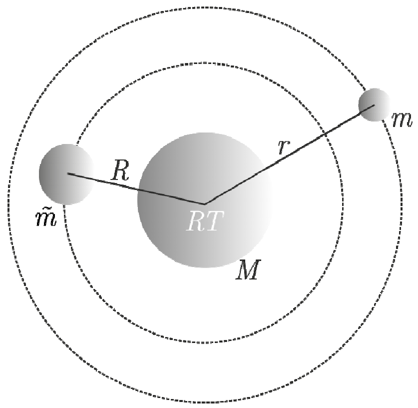


Neka je podloga, po kojoj se prema uvjetu zadatka kvadar giba udesno, referentno tijelo (RT).
Kao što je prikazano na crtežu, na kvadar djeluje Zemlja silom težom iznosa mg, podloga okomito prema gore silom otpora podloge iznosa N, podloga dinamičkom silom trenja iznosa $F_{tr,din}$ u smjeru suprotnom od smjera gibanja te neko tijelo silom iznosa 3 N u smjeru gibanja.
S obzirom da se kvadar giba stalnom brzinom po pomaku, onda je zbroj sila okomitih na podlogu jednak nuli (tj. $N = mg$), a također i zbroj sila paralelnih s podlogom jednak je nuli (tj. $F_{tr,din} = 3$ N).
Rabili smo dinamičku, a ne statičku silu trenja, zato što se kvadar giba po podlozi, a ne miruje u odnosu na nju. Kao što znamo, u tome je slučaju dinamički faktor trenja između kvadra i podloge manji od statičkoga faktora trenja između tih tijela.

3. D
S obzirom da nema otpora zraka, onda je sila na tijelo u vodoravnome smjeru jednaka nuli, a to povlači da je ubrzanje tijela u tome smjeru jednako nuli odnosno promjena brzine po pomaku tijela u tome smjeru jednaka je nuli, dakle brzina po pomaku tijela u tome smjeru stalna je tijekom vremena.
Točan je odgovor D.

Dublje razumijevanje:
Na tijelo djeluje *samo* Zemlja silom težom koja je, u svakome trenutku tijekom gibanja tijela, okomita na smjer vodoravne komponente brzine po pomaku tijela. Prema tome, u vodoravnome smjeru sila na tijelo jednaka je nuli i ono se giba u skladu s Prvim Newtonovim zakonom, dakle jednoliko, u odnosu na Zemlju.
U vertikalnome smjeru *prema dolje* tijelo se zbog sile teže giba jednoliko ubrzano, tj. slobodno pada, u odnosu na Zemlju.

4. B
Usmjerimo pažnju na crtež:



Neka je središte mase planeta referentno tijelo (RT). Planet mase M i satelit mase m međudjeluju gravitacijskom silom koja u izabranome referentnome sustavu igra ulogu centripetalne sile koju je pogodno zapisati preko perioda T:

$$m(\frac{4\pi^2}{T^2})r = \frac{\gamma m M}{r^2}$$

Slijedi,

$$r^3 = \frac{\gamma M}{4\pi^2}T^2 \tag{4.1}$$

Za satelit mase $\tilde{m}$ vrijedi analogan izraz

$$R^3 = \frac{\gamma M}{4\pi^2}(\frac{T}{8})^2 \tag{4.2}$$

gdje smo stavili da je njegov period jednak ($T/8$) kao što je navedeno u zadatku.
Dijeljenjem izraza (4.1) i (4.2) dobivamo

$$\frac{R^3}{r^3} = (\frac{\gamma M}{4\pi^2}\frac{T^2}{64})(\frac{4\pi^2}{\gamma M}\frac{1}{T^2}) = \frac{1}{64}$$

te je tražena udaljenost na kojoj kruži drugi satelit jednaka

$$R = \frac{r}{4}.$$

Točan je odgovor B.

Dublje razumijevanje:
S obzirom da su periodi kruženja satelita međusobno različiti zadatak se ne može riješiti pretpostavljajući da su njihove kutne brzine jednake!
Vidimo da izraz (4.1) ne zavisi o masi satelita i, kao što znamo, on predstavlja treći Keplerov zakon.

Gravitacijsko međudjelovanje između satelita vrlo je maleno u odnosu na međudjelovanje planeta i pojedinoga satelita te smo ga zanemarili.

5. B

Hidrostatski tlak p_A u točki A najmanji je od svih navedenih tlakova, a tlakovi p_C u točki C i p_D u točki D jednaki su, $p_C = p_D$.
Prema tome, točan je odgovor B.

Dublje razumijevanje:
Pretpostavili smo da tekućina miruje u odnosu na referentno tijelo (primjerice, posudu) i također da je temperatura tekućine jednaka u svakoj njezinoj točki.
Naime, samo pod tim pretpostavkama vrijedi, dobro nam poznati, izraz za hidrostatski tlak

$$p = p_{at} + \rho g H$$

U tom smo izrazu izrabili uobičajene oznake koje smo detaljno obrazložili na Pripremama.

6. A

Masa vode u uvjetima navedenim u zadatku ne povećava se (netočno B.), niti se smanjuje (netočno C) tijekom grijanja, nego je konstantna veličina tj. ne zavisi o temperaturi (točno je A.).

Uočiti da crtež D. ne opisuje grijanje vode. Naime, na tom je crtežu prikazan porast mase vode na konstantnoj temperaturi!

Prema tome, točan je odgovor A.

7. A

Prema dogovoru za predznak topline, Q, i rada, W, koji smo uveli na Pripremama imamo $Q = -100$ J i $W = +\,20$ J.
Promjenu unutarnje energije, ΔU, plina dobivamo rabeći prvi zakon termodinamike:

$$\Delta U = Q - W = -120 \text{ J}$$

Prema tome, točan je odgovor A.

8. B

Pretpostavljamo da su tijelo i vunena krpa električki izolirani od okoline.
Ukupan električni naboj tijela i vunene krpe prije trljanja bio je, prema uvjetima zadatka, jednak nuli.
Tada prema zakonu očuvanja naboja mora ukupan naboj tih tijela i nakon trljanja biti jednak nuli.

Prema tome, točan je odgovor B.

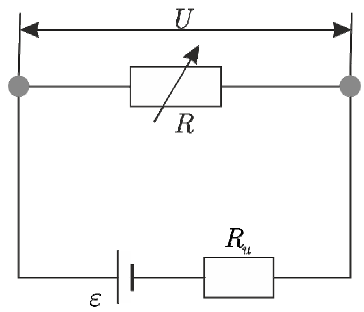
Dublje razumijevanje:
Kod trljanja tijela i vunene krpe vršimo rad koji je odgovoran za promjenu električne potencijalne energije određenoga broja elektrona u tijelu te se oni premjeste s tijela na krpu. Zato tijelo postane pozitivno nabijeno.
Kada kažemo da su ta tijela električki izolirana od okoline, onda to znači da niti jedno niti drugo nisu spojeni na, primjerice, električnu bateriju ili, općenitije, na nikakav način ne izmjenjuju naboj s okolinom.

9. B

Struja kratkoga spoja, I_{ks}, jednaka je omjeru elektromotornoga napona izvora, ε, i unutarnjega otpora, R_u, izvora:

$$I_{ks} = \frac{\varepsilon}{R_u} \tag{9.1}$$

Ali, avaj, veličine ε i R_u nisu zadane. Što nam je činiti?
Usmjerimo našu pažnju na strujni krug u kojem je prikazan izvor elektromotornoga napona ε i unutarnjega otpora R_u te promjenjivi otpornik kojemu je u nekom trenutku otpor jednak R.



Prema Ohmovu zakonu struja, I, koja teče u tom krugu jednaka je

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_u}.$$

Prethodni izraz možemo zapisati na ekvivalentni način

$$IR = \varepsilon - IR_u$$

Uočimo da je umnožak IR jednak naponu na promjenjivu otporniku U tj. $U = IR$. Slijedi

$$U = \varepsilon - IR_u$$

Promjenjivu otporniku možemo mijenjati otpor što ima za posljedicu i promjenu napona U na njemu. Smanjimo li njegov otpor do nule, dakle $R = 0$, tada je i napon na njemu jednak nuli, dakle $U = 0$. To je prema grafu koji je priložen u zadatku moguće učiniti.
U trenutku kada je $U = 0$, onda, prema priloženome grafu, kroz promjenjivi otpornik teče struja 6 A.
Prema tome možemo pisati

$$0 = \varepsilon - 6R_u \tag{9.2}$$

Uspoređujući izraz (9.2) s izrazom koji definira struju kratkoga spoja (9.1) vidimo da vrijedi

$$\frac{\varepsilon}{R_u} = 6 \text{ A} = I_{ks}$$

Dakle, struja kratkoga spoja jednaka je $I_{ks} = 6$ A.

Točan je odgovor B.

10. D
Najprije uočimo da su otpornici prikazani na crtežu spojeni paralelno. Slijedom toga naponi na njima jednaki su.
Neka kroz otpornik otpora R_1 teče struja I_1, a kroz otpornik otpora R_2 struja I_2.
Iz Ohmova zakona slijedi da je napon na svakom otporniku jednak umnošku struje koja kroz njega prolazi i njegova otpora.
Dakle, vrijedi $I_1R_1 = I_2R_2 = I_3R_3$.

Uočimo prvi i treći otpornik.
Za njih vrijedi $I_1R_1 = I_3R_3 = I_3(4R_1)$ gdje smo u posljednjem koraku primjenili zahtjev da je otpor R_3 četiri puta veći od otpora R_1.
No, to znači da je $I_1 = 4I_3 = 12$ A.

Uočimo drugi i treći otpornik.
Za njih vrijedi $I_2R_2 = I_3R_3 = I_3(2R_2)$ gdje smo u posljednjem koraku primjenili zahtjev da je otpor R_3 dva puta veći od otpora R_2.
No, to znači da je $I_2 = 2I_3 = 6$ A.
Prema tome, struja koja prolazi kroz ampermetar jednaka je zbroju
$I = 3 \text{ A} + 6 \text{ A} + 12 \text{ A} = 21 \text{ A}$.

Dublje razumijevanje:
Zbog zakona očuvanja naboja mora ukupan naboj koji prođe kroz prikazane otpornike proći i kroz ampermetar. To je jednako tvrdnji da je ukupna struja koja prolazi kroz ampermetar jednaka zbroju struja koje prolaze kroz prikazane otpornike. Ta se tvrdnja naziva prvi Kirchoffov zakon.

Iz uvjeta zadatka čitamo da je otpor R_1 prvoga otpornika četiri puta manji od otpora R_3 trećega otpornika. Prema tome, struja kroz prvi otpornik četiri je puta veća od struje kroz treći otpornik, tj. $I_1 = 4I_3 = 12$ A.
Na sličan način dobivamo $I_2 = 2I_3 = 6$ A.
Prema tome, kroz ampermetar protječe struja $I = 21$ A.
Dakako, cijelo smo vrijeme u mislima držali činjenicu da su otpornici paralelno vezani te da su naponi na njima međusobno jednaki.

11. D
Maksimalni napon na otporniku jednak je umnošku otpora otpornika i maksimalne struje koja kroz njega prolazi

$$U_{max} = RI_{max} = (100\ \Omega)(5 \text{ A}) = 500 \text{ V}.$$

Dublje razumijevanje:
Napon na otporniku u svakom trenutku vremena ima jednaku fazu kao i struja koja prolazi kroz njega.
Primjerice, kada je struja maksimalna, onda je i napon maksimalan, ili, kada je struja jednaka nuli, onda je i napon jednak nuli.
Ako bi paralelno na otpornik priključili voltmetar, primjerice idealni voltmetar, onda bi na njemu pročitali efektivnu vrijednost napona, a ne njegovu maksimalnu vrijednost.
Efektivna vrijednost struje ne mijenja se tijekom vremena, ona je stalna, i mjeri se ampermetrom.
Slično, efektivni napon ne mijenja se tijekom vremena, on je stalan, i mjeri se voltmetrom.

12. D
Uspoređujući dati oblik elongacije tijela koje harmonijski titra s njezinim općim oblikom [Pomakov repetitorij, izraz (5.4)]

$$y = A\sin(\omega t + \varphi_0) = A\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0)$$

dobivamo

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3 \text{ s}}$$

odnosno

$$T = 6 \text{ s}.$$

Prema tome, točan je odgovor D.

13. B
Rabeći definiciju frekvencije i izraz [Pomakov repetitorij, izraz (5.27)] u prvome slučaju, za otvoreni LC krug, imamo

$$\begin{cases} f_0 = \dfrac{c}{\lambda_0} \\ 2\pi f_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \end{cases}$$

odnosno

$$\lambda_0 = 2\pi c\sqrt{LC} \qquad (13.1)$$

U drugome slučaju kada se kapacitet smanji devet puta imamo

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{L(\frac{C}{9})} \qquad (13.2)$$

Dijeljenjem izraza (13.1) i (13.2) za valne duljine dobivamo traženi omjer

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 2\pi c\sqrt{L(\frac{C}{9})}\frac{1}{2\pi c\sqrt{LC}} = \frac{1}{3}.$$

Prema tome, točan je odgovor B.

14. C

Neka je x udaljenost od promatrača do mjesta gdje je eksplodirala raketa vatrometa. Svjetlost se, u vakuumu, širi jednoliko brzinom po putu c, a zvuk se, u zraku, također, širi jednoliko, brzinom po putu v.

Neka je t vrijeme za koje svjetlost prevali udaljenost x.

Vrijedi

$$\begin{cases} c = \dfrac{x}{t} \\ v = \dfrac{x}{t+2} \end{cases}$$

Izrazimo t iz prve jednadžbe i uvrstimo u drugu. Dobivamo

$$v = \frac{x}{\frac{x}{c}+2}$$

odnosno

$$x = \frac{2}{\frac{1}{v}-\frac{1}{c}}$$

S obzirom da je brzina zvuka v puno manja od brzine svjetlosti c, u polučenome izrazu možemo $1/c$ zanemariti prema $1/v$. Dobivamo

$$x = 2v = 680 \text{ m}.$$

Dublje razumijevanje:

Zanemarimo vrijeme koje je potrebno svjetlosti da prijeđe udaljenost x u odnosu na vrijeme koje je potrebno zvuku da prijeđe tu istu udaljenost.

Tada zvuku treba 2 s da prijeđe udaljenost x.

Prema tome, $x = 2v = 680$ m.

Točan je odgovor C.

15. B

Na Pripremama kazali smo da je fokalna daljina f divergentne leće, prema dogovoru, negativan realan broj.

To se, kao što znamo, može zapisati kao $f = -|f|$.

Predmet je realan (tj. $x > 0$) i nalazi se na udaljenosti $x = 2|f|$.

Oštra slika predmeta vidi se na udaljenosti d od središta leće.

Rabeći

$$\frac{1}{2|f|} + \frac{1}{d} = -\frac{1}{|f|}$$

dobivamo

$$d = -\frac{2}{3}|f|$$

kao što i treba biti za virtualnu sliku.

Dakako, polučeni se rezultat može zapisati u obliku

$$d = \frac{2}{3}f$$

ali se pritom mora držati na umu da je $f < 0$.

Prema tome, točan je odgovor A.

Dublje razumijevanje:

Predmet je realan ($x > 0$), a slika je, kao što i treba biti kod staklene divergentne leće u zraku, virtualna (tj. $d < 0$).

Povećanje m jednako je

$$m = -\frac{d}{x} = -\frac{-2|f|}{3}\frac{1}{2|f|} = +\frac{1}{3}$$

tj. slika je uspravna ($m > 0$) i umanjena ($m < 1$).

16. B

Svjetlosni snopovi šire se u vakuumu. Ako oni u točki T destruktivno interferiraju, onda je njihova razlika prijeđenih putova, Δr, jednaka neparnom broju polovina valne duljine, λ :

$$\Delta r = (2n+1)\frac{\lambda}{2}, \quad n = 0,1,2,...$$

To smo detaljno obrazložili na Pripremama.
Prema tome, točan je odgovor B.

Dublje razumijevanje:
Riječ je koherentnim snopovima svjetlosti koji se šire u vakuumu. Kako smo polučili te snopove, nije od značaja u ovom zadatku.

17. D
Promatrači u postaji miruju u odnosu na postaju kod mjerenja njezine duljine. Prema tome, promatrači u postaji izmjere vlastitu duljinu postaje L_0. [Pomakov Repetitorij, str. 99 i 100].
U referentnome sustavu promatrača iz rakete postaja se giba stalnom brzinom po pomaku $v = 0.8c$ i oni izmjere duljinu postaje $L = 60$ m. Dakle, gledano iz njihova referentnoga sustava duljina postaje se skratila. Rabeći [Pomakov Repetitorij, izraz (6.2)]

$$L = L_0\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}$$

dobivamo

$$L_0 = \frac{L}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = \frac{60\text{ m}}{\sqrt{1-(0.8)^2}} = 100\text{ m}.$$

Dublje razumijevanje:
Glavni je problem u ovom i sličnim zadatcima odrediti koji promatrač mjeri vlastitu duljinu tijela. Po definiciji, vlastitu duljinu tijela mjeri promatrač koji, kod mjerenja, miruje u odnosu na to tijelo. To smo detaljno obrazložili na Pripremama.

18. C
Rabeći definiciju De Broglieve valne duljine, λ, čestice mase, m, koja se giba brzinom po putu, v, [Pomakov Repetitorij, izraz (6.18)]

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

za te dvije čestice dobivamo

$$\frac{h}{m_1v_1} = \frac{h}{m_2v_2}$$

otkuda slijedi

$$m_1v_1 = m_2v_2.$$

Ako je $m_1 < m_2$, onda je $v_1 > v_2$, tj. čestica manje mase ima veću brzinu po pomaku.

Prema tome, točan je odgovor C.

19. D
Fotoni energije 9 eV izbacuju elektrone iz metalne pločice. To znači da je njihova frekvencija veća od granične frekvencije za materijal od kojega je napravljena pločica. Dakle, riječ je o fotoefektu koji opisujemo zakonom očuvanja energije (ili, kako se katkad kaže, Einsteinovim izrazom za fotoefekt) [Pomakov Repetitorij, izraz (6.15)]

$$E_k^{\max} = E_{foton} - W$$

Prema uvjetima iz zadatka imamo

$$\begin{cases} 6 = 9 - W \\ E_k^{\max} = 18 - W \end{cases}$$

otkuda slijedi

$$E_k^{\max} = 15\text{ eV}.$$

Prema tome, točan je odgovor D.

20. D
U nuklearnim je reakcijama, između ostaloga, očuvan redni broj, Z, i atomski broj A.
Slijedi, $Z + 19 = 20 + 1$ tj. $Z = 2$, i $A = 4$. Prema tome, riječ je o jezgri helija $X = {}_2^4\text{He}$ koju, katkad, nazivamo alfa-čestica.

Točan je odgovor D.

21. B
Broj neraspadnutih jezgara, N_{neras}, koje su nazočne u uzorku nakon vremena t, dat je izrazom [Pomakov Repetitorij, izraz (6.34a)]

$$N_{neras} = N_0 2^{-t/T_{1/2}}$$

gdje je N_0 broj jezgara na početku (tj. u trenutku $t = 0$) i $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada (tj. vrijeme za koje se raspadne polovica od početnoga broja jezgara, N_0).
Nakon tri vremena poluraspada $t = 3T_{1/2}$ broj neraspadnutih jezgara jednak je

$$N_{neras} = (10^6)(2^{-3}) = 1.25 \cdot 10^5.$$

Prema tome, točan je odgovor B.

Dublje razumijevanje:
U radioaktivnome uzorku, na početku, bilo je nazočno milijun jezgara koje se mogu, kao što znamo, raspadati na jedan od tri načina: alfa-raspadom, beta-raspadom ili gama-raspadom. U ovome zadatku nije navedeno, dakle nije nam važno, na koji se od tih načina jezgre raspadaju.
Međutim, bitno je znati, da ne možemo reći koje će se od nazočnih neraspadnutih jezgara raspasti u određeni trenutak. Radioaktivni je raspad *statistički proces*, tj. mi samo možemo kazati da će nakon jednoga vremena poluraspada u uzorku biti nazočna polovica početnoga broja jezgara.
Pitate se, zar ne, što to znači *statistički proces*. Pogledajmo jedan primjer. Naime, neka je poznato da se tijekom jednoga dana u Slavonskome Brodu dogodi deset prometnih udesa. Ta je činjenica *statistička* u smislu da očekujemo da će se toliko udesa doista i dogoditi, ali ne znamo koje će osobe u tome sudjelovati.
Još je jedna važna činjenica o radioaktivnim raspadima. Naime, treba znati, da razlog zbog kojega se jezgre raspadaju nije opisan izrazom (6.34a).

22. A
Po definiciji srednje je ubrzanje, $\overline{a}$, tijela za bilo koje pravocrtno (dakle, jednodimenzijsko) gibanje jednako omjeru promjene njegove brzine po pomaku, Δv, i intervala vremena, Δt, u kojem se ta promjena događa

$$\overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Značenje toga izraza detaljno smo obrazložili na Pripremama.
Interval vremena uvijek je pozitivan, a svaka od veličina $\overline{a}$ i Δv može biti manja od nule, jednaka nuli ili veća od nule.
U zadatku je naveden uvjet da se iznos brzine po pomaku, dakle brzina po putu, čitavo vrijeme jednoliko povećava. To znači da je iznos promjene brzine po pomaku Δv stalan i pozitivan, a to je moguće samo onda kada je ubrzanje također stalno po iznosu i još pozitivno.
Upravo taj slučaj prikazuje crtež A. Naime, riječ je o jednoliko ubrzanome pravocrtnome gibanju za koje je srednje ubrzanje jednako trenutnome ubrzanju.
Na grafu B. ubrzanje nije stalno a to povlači da ni promjena brzine po pomaku nije stalna. Slična je situacija s grafom C.
Gibanje prikazano grafovima B. i C. nije jednoliko pravocrtno gibanje nego nejednoliko pravocrtno gibanje.
Prema tome, točan je odgovor A.

23. C
S obzirom da je prema uvjetu zadatka $T_A > T_B$, onda je, za promatrani toplinski stroj, temperatura grijača T_A, a temperatura hladnjaka T_B.
Na Pripremama kazali smo da je korisnost, η, Carnotova toplinskoga stroja jednaka

$$\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A}.$$

Ako se prema uvjetu zadatka temperatura hladnjaka T_B smanji, a temperatura grijača T_A ostane nepromijenjena, onda se, očito, korisnost stroja poveća.
Prema tome, točan je odgovor C.

Dublje razumijevanje:
Temperaturu hladnjaka T_B možemo smanjivati tako da bude po volji blizu apsolutne nule, ali ne da poprimi vrijednost jednaku nuli. Naime, kada bi temperatura hladnjaka bila jednaka apsolutnoj nuli, onda bi korisnost stroja bila jednaka jedinici, a to znači da bi toplinski stroj svu toplinu koju preuzme od grijača pretvorio u rad. Takvi procesi, kao što znamo, nisu mogući u prirodi.

24. C
Na Pripremama kazali smo da ne postoji slobodni magnetski pol, kaže se magnetski monopol, niti sjeverni niti južni.
Dakle, dijeljenjem permanentnoga magneta uvijek dobivamo dva nova permanentna magneta. To je korektno prikazano na crtežu C.
Na crtežu B., nakon dijeljenja, dobiveni bi se magneti odbijali što se ne slaže s iskustvom, a na crtežu A. dobio bi se magnetski monopol, i to sjeverni, što, kao što smo kazali, nije moguće.
Prema tome, točan je odgovor C.

25.
Iz priloženoga grafa vidimo da se iznos sile povećava tijekom vremena. Također, predznak sile ne mijenja se tijekom vremena. Pretpostavimo da je orijentacija sile u pozitivnome smjeru osi-x. Tada je impuls sile vektorska veličina koja ima orijentaciju kao i sila tj. orijentacija je u pozitivnome smjeru osi-x.
S druge strane, iznos impulsa sile, I, brojčano je jednak ploštini ispod grafa sile i osi vremena u $(F,\ t)$-grafu.
Prema tome, iznos impulsa zadane sile tijekom prvih pet sekundi jednak je

$$I = \frac{1}{2}(2\ \mathrm{N})(5\ \mathrm{s}) = 5\ \mathrm{Ns}$$

To se može zapisati na ekvivalentan način:

$$I = 5\ \text{Ns} = 5\ (\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2})(\text{s}) = 5\ \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$$

Rezultat:
$I = 5$ Ns

26.
Većina maturanta posegne za *formulom* za koju drže da je primjenjiva za određeni zadatak. U ovome slučaju izrabit će izraz koji je naveden u Knjižici formula, na stranici 2., koji ćemo zapisati u obliku

$$v^2 - v_0^2 = \pm 2as \qquad (26.1)$$

Iz toga izraza izračunat će ubrzanje

$$a = \pm \frac{v^2 - v_0^2}{2s} \qquad (26.2)$$

i potom uvrstiti vrijednosti zadanih veličina. Dobiva se

$$a = \pm \frac{1\ (\text{m/s})^2 - 25\ (\text{m/s})^2}{2(4\ \text{m})} = \mp\ 3\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \qquad (26.3)$$

Time je zadatak riješen.

Rezultat:
Ubrzanje tijela jednako je $a = \mp\ 3\ \text{m/s}^2$ ili, što je ekvivalentno, $a = \pm\ 3\ \text{m/s}^2$.

Dublje razumijevanje:
Pogledajmo malo izraz (26.1). Na lijevoj strani imamo razliku dvaju skalara, dakle skalarnu veličinu, a na desnoj strani imamo umnožak dviju veličina, iznosa ubrzanja i puta, koji je skalarna veličina kao što i treba biti.
Izraz (26.1) vrijedi samo kod pravocrtnoga gibanja, dakle kod gibanja u jednodimenzijskome prostoru, i to samo u slučaju kada je iznos ubrzanja konstantan.
Zapitajmo se što znače predznaci *plus/minus*.
Pomnožimo izraz (26.1) s $m/2$ gdje je m masa promatranoga tijela:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \pm Fs \qquad (26.4)$$

Na lijevoj strani imamo razliku kinetičkih energija tijela u konačnome i početnome stanju, a na desnoj strani rad nekoga drugoga tijela na promatrano tijelo. Dakle, dobili smo zakon očuvanja energije za promatrano tijelo.
Zašto rad na desnoj strani izraza (26.4) ima navedeni oblik?
U Knjižici formula, na stranici 2., naveden je izraz za mehanički rad

$$W = Fs\cos\alpha \qquad (26.5)$$

gdje je α kut između sile i pomaka. S obzirom da je riječ o pravocrtnome gibanju, onda kut između sile i pomaka može poprimiti samo dvije vrijednosti $\alpha = 0°$ i $\alpha = 180°$. U prvome je slučaju sila paralelna s pomakom tijela i $\cos 0° = +1$, a u drugome je sila suprotne orijentacije od pomaka i $\cos 180° = -1$. Dalje, s obzirom da je riječ o pravocrtnome gibanju, modul pomaka jednak je prevaljenomu putu. Bitno je znati da je to istina samo u tome slučaju!
Uvžavajući navedene činjenice možemo izraz (26.5) zapisati u obliku

$$W = \pm Fs \qquad (26.6)$$

a to se slaže s izrazom na desnoj strani u (26.4).

Zapitajmo se sada zašto se u rješenju zadatka (26.3) pojavljuju oba predznaka, dakle *i plus* i *minus*. Prema uvjetu zadatka brzina po pomaku promatranoga tijela nije mijenjala orijentaciju tijekom gibanja.
Prepostavimo da se tijelo gibalo udesno i uzmimo da je *udesno* pozitivni smjer u ovome zadatku. Lijeva strana izraza (26.1) negativna je i jednaka $-24\ (\text{m/s})^2$. Pomak tijela u pozitivnom je smjeru i njegov je iznos jednak putu 4 m. Međutim, ubrzanje tijela orijentirano je *ulijevo* a to znači da je negativno i jednako $a = -\ 3\ \text{m/s}^2$. Dakle, riječ je o jednoliko usporenome gibanju kod kojega je trenutna vrijednost ubrzanja jednaka njegovoj srednjoj vrijednosti.

Pretpostavimo sada da se promatrano tijelo giba pravocrtno i *ulijevo*.
Tada je orijentacija pomaka ulijevo, a orijentacija ubrzanja tijela udesno. Iznos pomaka ponovno je jednak prevaljenu putu 4 m, a ubrzanje je u pozitivnome smjeru i jednako je $a = +\ 3\ \text{m/s}^2$.

Dakle, predznaci *plus/minus* pojavljuju se u rješenju zadatka (26.3) zato jer je riječ o jednoliko usporenome pravocrtnome gibanju tijela kome se orijentacija brzine po pomaku ne mijenja, a predznak ubrzanja ovisi o tome giba li se tijelo *udesno* ($a < 0$) ili *ulijevo* ($a > 0$).

Rezultat:
Neka je pozitivni smjer gibanja udesno.
Tada je ubrzanje promatranoga tijela, ako se ono giba udesno, $a = -3\ \text{m/s}^2$ (tj. orijentacija ubrzanja je *ulijevo*).
Ako se promatrano tijelo giba ulijevo, onda mu je ubrzanje $a = +3\ \text{m/s}^2$ (tj. orijentacija ubrzanja je *udesno*).
U oba slučaja riječ je o jednoliko usporenome gibanju kod kojega tijelo ne mijenja smjer brzine po pomaku.

S obzirom da je iznos ubrzanja stalan, onda je trenutna vrijednost ubrzanja jednaka njegovoj srednjoj vrijednosti.

Ukratko s dubokim razumijevanjem:
Lijeva strana izraza (26.1) negativna je u ovome zadatku. Još i više, ona ne ovisi o orijentaciji brzine po pomaku zato jer se u njoj pojavljuju kvadrati brzine po pomaku, a ne brzine po pomaku. Prema tome, i desna strana toga izraza negativna je. To znači da je rad koji je obavljen na tijelu negativan, tj. sila i pomak suprotnih su orijentacija odnosno ubrzanje i pomak suprotnih su orijentacija, tj. riječ je o jednoliko usporenome gibanju.
Na kraju primjetimo da se izraz (26.1) može zapisati u ekvivalentnu obliku

$$\overline{v}\Delta v = \pm as \tag{26.7}$$

Rastavili smo razliku kvadrata na lijevoj strani (26.1) i primjenili izraz za srednju brzinu po pomaku za jednoliko ubrzano odnosno jednoliko usporeno pravocrtno gibanje $\overline{v} = (v + v_0)/2$. Orijentacija ubrzanja, kao što znamo, određena je razlikom brzina po pomaku Δv.

27.
Na Pripremama naveli smo i detaljno obrazložili valjanost izraza

$$\overline{E}_k = \frac{3}{2}k_B T \tag{27.1}$$

gdje je $\overline{E}_k$ srednja kinetička energija čestica jednoatomnoga idealnoga plina, k_B Boltzmannova konstanta i T apsolutna temperatura. Uvrštavanjem dobivamo

$$T = \frac{2\overline{E}_k}{3k_B} = \frac{2(6 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{J})}{3(1.38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K})} = 2898.6\ \mathrm{K}$$

Rezultat:
$T = 2898.6$ K

Dublje razumijevanje:
Izraz (27.1) naziva se teorem o jednakoj raspodjeli kinetičke energije po jednome translacijskome stupnju slobode. Naime, kao što smo obrazložili na Pripremama, molekula jednoatomnoga plina ima *tri* translacijska stupnja slobode; prvi je lijevo-desno, drugi je naprijed-natrag i treći gore-dolje.

Zapišemo li izraz (27.1) ovako

$$\overline{E}_k = 3(\frac{1}{2}k_B T)$$

vidimo da na svaki translacijski stupanj slobode dolazi $(1/2)k_B T$ srednje kinetičke energije.

28.
Međudjelovanje točkastih električnih naboja Q_1 i Q_2 koji se, smješteni u vakuumu ili u nekome sredstvu, nalaze na udaljenosti r, opisano je Colombovom silom kojoj je iznos jednak

$$F = \frac{kQ_1Q_2}{r^2} \tag{28.1}$$

Rabeći (28.1) imamo

$$\frac{kQ_1Q_2}{r^2} = \frac{kQ_1(2Q_2)}{R^2}$$

otkuda dobivamo da se naboji Q_1 i $2Q_2$ trebaju nalaziti na udaljenosti

$$R = r\sqrt{2} \approx (0.1\ \mathrm{m})\ 1.41 = 0.14\ \mathrm{m}$$

Rezultat:
$R = 0.14$ m

29.
Rabeći jednadžbu difrakcijske rešetke na koju okomito upadaju valovi svjetlosti

$$d \sin \alpha_m = m\lambda$$

dobivamo

$$d = \frac{5(500 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m})}{\sin 30°} = 5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}$$

Uvrstili smo da je riječ o spektru petoga reda, dakle $m = 5$.

Rezultat:
$d = 5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m} = 5\ \mu\mathrm{m}$

30.
Prema Bohrovu postulatu energija fotona, hf, kojega atom vodika emitira kada elektron u tome atomu prijeđe iz prvoga pobuđenoga stanja, E_2, u osnovno stanje, E_1, jednaka je

$$hf = E_2 - E_1$$

Uvrštavanjem dobivamo

$$f = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{-5.44 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J} - (-21.76 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J})}{6.625 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}}$$
$$= 2.5 \cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}$$

Rezultat:

$f = 2.5 \cdot 10^{15}$ Hz

Dublje razumijevanje:

Iz Bohrova modela mogu se izračunati energije, E_n, elektrona u vodikovu atomu

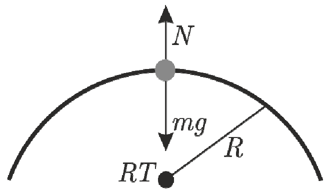
$$E_n = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}, \quad n = 1, 2, \ldots$$

gdje je n glavni kvantni broj.

Kada je $n = 1$, onda govorimo o energiji elektrona u osnovnome stanju, za $n = 2$ govorimo o energiji elektrona u prvome pobuđenome stanju i tako dalje. Te su energije negativne po predznaku, a to je posljedica činjenice što je elektron vezan za proton električnim međudjelovanjem koje se opisuje Coulombovom silom. Dakle, energije elektrona negativne su dok je on vezan za proton.
Vidimo da je energija prvoga pobuđenoga stanja veća od energije osnovnoga stanja.
Najviša energija elektrona, dakle kada $n \to \infty$, jednaka je nuli.
Ako elektron apsorbira foton elektromagnetskoga zračenja i pritom prijeđe iz osnovnoga stanja u stanje u kojem mu je energija jednaka nuli, onda kažemo da smo ionizirali vodikov atom. Drugim riječima, elektron tada nije više vezan za proton, kažemo, elektron je slobodan.
Energija ionizacije, E_i, jednaka je razlici energije slobodnoga elektrona $E_\infty = 0$ eV (najviša moguća energija elektrona) i energije osnovnoga stanja $E_1 = -13.6$ eV (najniža moguća energija elektrona) i iznosi $E_i = +13.6$ eV.
Pitanje je kako se mogu izmjeriti energije fotona. To se može učiniti ako se, primjerice emitirani elektroni, usmjere na difrakcijsku rešetku pomoću koje odredimo valnu duljinu fotona odnosno frekvenciju fotona.
Primjetimo da se osnovno stanje elektrona u kojem je $n = 1$ u spektroskopiji označava s K, kažemo K ljuska, stanje s $n = 2$ s L, kažemo L ljuska i tako dalje.
Fotoni koje vodikov atom apsorbira ili emitira ne moraju biti iz vidljivoga dijela spektra. Tako, na primjer, foton kojega je atom vodika emitirao u ovome zadatku, ima valnu duljinu $\lambda = c/f = 120$ nm i, kao što znamo, pripada ultraljubičastome dijelu spektra.

31.

Usmjerimo pažnju na crtež



na kojem je prikazan ispupčen most polumjera zakrivljenosti R, automobil na njegovu vrhu i referentno tijelo RT (crni kružić) koje smo izabrali u središtu zakrivljenosti mosta.
Proglasimo da je pozitivna orijentacija (ili pozitivan smjer) od automobila **prema** referentnome tijelu.
Referentni sustav u čijem se ishodištu nalazi referentno tijelo je inercijalan, tj. u njemu vrijedi Prvi Newtonov zakon. Naime, taj sustav miruje u odnosu na površinu Zemlje za koju je približno valjano kazati da je inercijski sustav.

Na automobil djeluje most u vertikalnome smjeru i to se međudjelovanje opisuje silom otpora mosta kojoj je iznos jednak N i Zemlja silom težom iznosa mg.
U izabranome referentnome sustavu ukupna sila koja djeluje na automobil usmjerena je prema referentnome tijelu i njezin je iznos jednak $mg - N$.
S obzirom da se automobil giba po ispupčenome mostu, dakle po kružnome luku, onda ukupna sila, u izabranome referentnome sustavu, igra ulogu centripetalne sile, tj. vrijedi

$$\frac{mv^2}{R} = mg - N \tag{31.1}$$

gdje je m masa automobila i v njegova brzina po putu u uočeni trenutak. Rezultat jednako vrijedi za automobil koji se giba u smjeru kazaljke na satu ili suprotno od smjera kazaljke na satu.

Rabeći (31.1) dobivamo da je sila otpora podloge jednaka

$$N = mg - \frac{mv^2}{R}$$

Kazali smo da most djeluje na automobil silom N. Sila kojom automobil djeluje na most $\vec{N}'$ protusila je sile otpora podloge, dakle po iznosu je jednaka N, ali je orijentirana u suprotnome smjeru od nje!
Dakle, automobil djeluje na most, kada je on na vrhu mosta, silom kojoj je iznos jednak

$$N' = N = mg\left(1 - \frac{v^2}{Rg}\right) \tag{31.2}$$

Uvrštavanjem dobivamo

$N' = 5000$ N.

Rezultat:
$N' = 5000$ N.

Dublje razumijevanje:
Zadatak smo riješili u inercijskome referentnome sustavu kojem je ishodište u točki središta zakrivljenosti ispupčenoga mosta. U tome sustavu ukupna sila koja djeluje na automobil igra ulogu centripetalne sile.
S obzirom da na automobil djeluje most i Zemlja, onda očito ne postoji jedno tijelo koje na automobil djeluje centripetalnom silom. Ukupnu silu kojom most i Zemlja djeluju na automobil uobičajeno je zvati centripetalna sila ili, drugim riječima, ta ukupna sila igra ulogu centripetalne sile.
Podvucimo još jednom, centripetalna sila jest ukupna sila koja djeluje na tijelo kada se ono giba po kružnome luku stalnom brzinom po pomaku. Ona je stalna po iznosu, ali joj je smjer (često kažemo orijentacija) u svakome trenutku gibanja drukčiji.
Polučena vrijednost za N' nije jednaka težini automobila zato što se automobil giba ubrzano u odnosu na most. S druge strane težina tijela definirana je u inercijskome sustavu.

Sada ćemo zadatak riješiti u neinercijskome referentnome sustavu kojem je ishodište vezano za automobil. U tome referentnome sustavu, kao što znamo, nema centripetalne sile.
Ukupna sila koja djeluje na automobil $mg - N$ sada je po iznosu jednaka centrifugalnoj sili koja djeluje na automobil u smjeru **od** središta, a ne **prema** središtu zakrivljenosti, tj. vrijedi

$$\frac{mv^2}{R} = mg - N$$

Polučeni izraz jednak je izrazu (31.1), ali su fizikalni argumenti koje smo rabili da bismo do njega došli različiti od prijašnjega slučaja.
Dakako, rezultat koji smo polučili u prethodnome razmatranju valjan je i u ovome slučaju.
Bitno je uočiti da centrifugalna inercijalna sila koja djeluje na automobil nije uzrokovana međudjelovanjem nekoga tijela i automobila! Takvo tijelo ne postoji. Prema tome, centrifugalna inercijalna sila nema protusilu, tj. za nju ne vrijedi Treći Newtonov zakon.

32.
U izobarnome procesu kod tlaka, p, rad, W, jednak je

$$W = p(V_2 - V_1) \tag{32.1}$$

gdje je V_1 obujam u početnome i V_2 obujam u konačnome stanju plina.
S druge strane, izobarni proces opisan je izrazom

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \tag{32.2}$$

u kojem je T_1 temperatura u početnome i T_2 temperatura u konačnome stanju plina.
Izračunamo li iz izraza (32.2) obujam V_1 i uvrstimo ga u (32.1) dobivamo

$$W = p(V_2 - V_2\frac{T_1}{T_2}) = pV_2(1 - \frac{T_1}{T_2})$$

otkuda konačno slijedi da je temperatura nakon izobarnoga stlačivanja jednaka

$$T_2 = \frac{T_1}{1 - \dfrac{W}{pV_2}} \tag{32.3}$$

Prije uvrštavanja vrijednosti zadanih veličina valja uočiti da je obavljen rad **na** plin te je, prema dogovoru o predznacima, rad negativna veličina, tj. $W = -20$ J.

Dobivamo

$$T_2 = \frac{300\ \mathrm{K}}{1 - \dfrac{-20\ \mathrm{J}}{(2\cdot 10^5\ \mathrm{Pa})(0.9\cdot 10^{-3}\mathrm{m}^3)}} = 270\ \mathrm{K}.$$

Rezultat:
$T_2 = 270$ K

33.
Otpor, R, bakrene žice duljine, L, otpornosti, ρ i površine poprečnoga presjeka, A jednak je

$$R = \rho\frac{L}{A} \tag{33.1}$$

Pretpostavimo da je žica homogena. Tada je njezina masa, m, jednaka $m = \gamma V$ gdje je γ gustoća i V obujam žice.
Pretpostavimo da je žica oblika valjka kojemu je ploština poprečnoga presjeka stalna i jednaka A. Tada je obujam žice jednak $V = AL$, a njezina je masa

$$m = \gamma A L \tag{33.2}$$

Izračunamo li veličinu A iz (33.1) i uvrstimo u (33.2) dobivamo

$$m = \frac{\gamma \rho L^2}{R} \tag{33.3}$$

Uvrštavanjem vrijednosti zadanih veličina dobivamo masu bakrene žice

$$m = \frac{\gamma \rho L^2}{R} = \frac{(8900 \text{ kg/m}^3)(1.7 \cdot 10^{-8} \ \Omega \text{ m})(1000 \text{ m})^2}{1 \ \Omega}$$
$$= 151 \text{ kg}$$

Rezultat:
$m = 151$ kg

34.
Prva inačica rješenja
Neka uteg koji je obješen na slobodni kraj opruge miruje u ravnotežnome položaju.
Neka je referentno tijelo smješteno u točki koja je u ravnotežnome položaju, tj. u ishodištu vertikalne koordinate y, dakle osi-y, po kojoj uteg titra. Neka je pozitivni smjer osi-y orijentiran *prema gore*.

Elongacija utega, y, kojemu je u trenutak t amplituda A i kružna frekvencija ω jednaka je

$$y = A \sin(\omega t) \tag{34.1}$$

Brzina po pomaku utega, v, u taj isti trenutak t jednaka je

$$v = (\omega A) \cos(\omega t) \tag{34.2}$$

Kružna frekvencija titranja utega jednaka je

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{34.3}$$

gdje je k konstanta elastičnosti i m masa utega. Napisani izrazi navedeni su u Pomakovu Repetitoriju na stranici 72. i 74..

Podijelimo izraz (34.1) s A, kvadrirajmo ga i potom zbrojimo s izrazom (34.2) kojega smo prethodno podijelili s ωA i kvadrirali. Dobivamo

$$(\frac{y}{A})^2 + (\frac{v}{\omega A})^2 = \sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1$$

odnosno

$$v = \pm A \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{1 - (\frac{y}{A})^2} \tag{34.4}$$

gdje smo još izrabili (34.3).
Brzina po pomaku utega pozitivna je dok se uteg giba od donjega amplitudnoga položaja do ravnotežnoga položaja i potom od ravnotežnoga položaja do gornjega amplitudnoga položaja. S druge strane, brzina po pomaku utega negativna je dok se uteg giba iz gornjega amplitudnoga položaja prema ravnotežnome položaja i potom od ravnotežnoga položaja prema donjemu amplitudnome položaju.
Te su činjenice u izrazu (34.4) opisane pozitivnim i negativnim predznakom.
Pretpostavimo da je v orijentirana *prema gore*, dakle, da je pozitivna.

Uvršavanjem vrijednosti zadanih veličina dobivamo traženu brzinu po pomaku utega

$$v = (0.1 \text{ m}) \sqrt{\frac{80 \text{ N/m}}{0.2 \text{ kg}}} \sqrt{1 - (\frac{0.05 \text{ m}}{0.1 \text{ m}})^2} = 1.73 \text{ m/s}$$

Rezultat:
$v = 1.73$ m/s

Druga inačica rješenja
Neka uteg koji je obješen na slobodni kraj opruge miruje u ravnotežnome položaju.
Neka je referentno tijelo smješteno u točki koja je u ravnotežnome položaju, tj. u ishodištu vertikalne koordinate y, dakle osi-y, po kojoj uteg titra. Neka je pozitivni smjer od y orijentiran *prema gore*.
U mislima, povucimo uteg prema dolje za udaljenost A i nemojmo ispuštati uteg iz ruke. Pritom smo, između ostaloga, izvršili rad $(1/2)kA^2$ koji je promijenio elastičnu potencijalnu energiju opruge. Pustimo uteg neka titra. Zanemarimo otpor zraka, masu opruge prema masi utega i možebitno uvijanje (*tordiranje*) opruge koji su obično nazočni u tom slučaju.
Drugim riječima, pretpostavljamo da je sustav opruga plus uteg zatvoreni sustav tijela.
Prema zakonu očuvanja energije mora zbroj kinetičke energije utega i elastične potencijalne energije opruge biti jednak početnoj elastičnoj potencijalnoj energiji opruge:

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}ky^2 \tag{34.5}$$

Rabeći (34.5) dobivamo brzinu po pomaku utega

$$v = \pm A \sqrt{\frac{k}{m}} \sqrt{1 - (\frac{y}{A})^2} \tag{34.6}$$

Brzina po pomaku utega pozitivna je dok se uteg giba od donjega amplitudnoga položaja do ravnotežnoga položaja i potom od ravnotežnoga položaja do gornjega amplitudnoga položaja. S druge strane, brzina po pomaku utega negativna

je dok se uteg giba iz gornjega amplitudnoga položaja prema ravnotežnome položaja i potom od ravnotežnoga položaja prema donjemu amplitudnome položaju.
Te su činjenice u izrazu (34.6) opisane pozitivnim i negativnim predznakom.
Pretpostavimo da je v orijentirana *prema gore*, dakle, da je pozitivna.
Uvrštavanjem vrijednosti zadanih veličina dobivamo traženi iznos brzine po pomaku, dakle brzinu po putu utega

$$v = ((0.1\text{ m})\sqrt{\frac{80\text{ N/m}}{0.2\text{ kg}}})\sqrt{1-(\frac{0.05\text{ m}}{0.1\text{ m}})^2} = 1.73\text{ m/s}$$

Rezultat:
$\tilde{v} = 1.73$ m/s

Treća inačica rješenja
Elongacija utega, y, kojemu je u trenutak t amplituda A i kružna frekvencija ω jednaka je

$$y = A\sin(\omega t) \tag{34.7}$$

Pretpostavili smo da se uteg u početni trenutak $t = 0$ nalazi u položaju ravnoteže.
Brzina po pomaku utega, v, u taj isti trenutak t jednaka je

$$v = (\omega A)\cos(\omega t) \tag{34.8}$$

Kružna frekvencija titranja utega jednaka je

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{34.9}$$

gdje je k konstanta elastičnosti i m masa utega.
Napisani izrazi navedeni su u Pomakovu Repetitoriju na stranici 72. i 74..

Neka je u trenutku $\tilde{t}$ elongacija utega jednaka $\tilde{y}$.
Drugim riječima, elongacija $\tilde{y}$ može biti pozitivna ili negativna, odnosno $\sin\omega\tilde{t}$ može biti pozitivno ili negativno.
Brzina po pomaku utega (34.2), u taj trenutak, jednaka je

$$\begin{aligned}\tilde{v} &= (A\sqrt{\frac{k}{m}})\underbrace{\cos(\omega\tilde{t})}_{=\pm\sqrt{1-(\tilde{y}/A)^2}} \\ &= \pm(A\sqrt{\frac{k}{m}})\sqrt{1-(\frac{\tilde{y}}{A})^2}\end{aligned} \tag{34.10}$$

gdje smo izrabili (34.1). Također, uočili smo da za kut $\omega\tilde{t}$ vrijednost $\cos\omega\tilde{t}$ može biti pozitivna i negativna, a to znači da brzina po pomaku može biti pozitivna i negativna.

U izrazima (34.7) i (34.8) pretpostavili smo da je referentno tijelo smješteno u ravnotežnome položaju. Os-y usmjerimo *prema gore* i taj smjer proglasimo pozitivnim.
Tada je brzina po pomaku utega pozitivna dok se uteg giba od donjega amplitudnoga položaja do ravnotežnoga položaja i potom od ravnotežnoga položaja do gornjega amplitudnoga položaja. S druge strane, brzina po pomaku utega negativna je dok se uteg giba iz gornjega amplitudnoga položaja prema ravnotežnome položaja i potom od ravnotežnoga položaja prema donjemu amplitudnome položaju.
Pretpostavimo sada da je v orijentirana *prema gore*, dakle, da je pozitivna.
Uvrštavanjem vrijednosti zadanih veličina dobivamo iznos brzine po pomaku, dakle brzinu po putu utega

$$\tilde{v} = ((0.1\text{ m})\sqrt{\frac{80\text{ N/m}}{0.2\text{ kg}}})\sqrt{1-(\frac{0.05\text{ m}}{0.1\text{ m}})^2} = 1.73\text{ m/s}$$

Rezultat:
$\tilde{v} = 1.73$ m/s

35.
Pretpostavimo da kružna ploča zrači energiju u okolinu kao crno tijelo, tj. da je kružna ploča crno tijelo.
Prema Stefan-Boltzmannovu zakonu energija E koju ploča izrači u okolinu tijekom vremena t jednaka je

$$E = (\sigma A T^4)t \tag{35.1}$$

gdje je A ploština ploče, T apsolutna temperatura ploče i σ Stefan-Boltzmannova konstanta.
S obzirom da je ploča kružnoga oblika polumjera R, onda je $A = \pi R^2$. Dakle, rabeći (35.1) i izraz za A dobivamo traženu temperaturu ploče

$$T = \sqrt[4]{\frac{E}{\sigma t R^2 \pi}} \tag{35.2}$$

Uvrštavanjem vrijednosti zadanih veličina dobivamo temperaturu ploče

$$\begin{aligned}T &= \sqrt[4]{\frac{500\text{ J}}{(5.67\cdot 10^{-8}\text{ J}/(\text{s m}^2\text{K}^4))(5\text{ s})(0.05\text{ m})^2\pi}} \\ &= 688\text{ K}\end{aligned}$$

Rezultat:
$T = 688$ K

Dublje razumijevanje:
U zadatku kaže se da kružna ploča zrači energiju u okolinu. Izračena energija zapravo je energija elektromagnetskih valova koje ploča emitira u okolinu. S druge strane, kvanti elektromagnetskoga polja su, kao što znamo, fotoni. Dakle, energiju u okolinu prenose fotoni. Zapitajmo se, kolika je energija tih fotona.
Najprije treba znati da energije tih fotona nisu međusobno jednake za sve fotone. U srednjoj školi možemo izračunati energiju fotona samo u jednom slučaju, naime energiju fotona za koje je intezitet zračenja maksimalan. Njihovu energiju dobivamo iz Wienova zakona.
Energija bilo kojega fotona, kao što znamo, jednaka je $E = hf$ odnosno $E = hc/\lambda$. Iz Wienova zakona $\lambda T = b$, gdje je b Wienova konstanta, izračunamo valnu duljinu i uvrstimo u izraz za energiju fotona. Dobivamo

$$E = \frac{hc}{b} T$$

odnosno nakon uvrštavanja zadanih vrijednosti

$$E = \frac{(6.625 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js})(3 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/\,s})}{(2.89 \cdot 10^{-3}\mathrm{Km})}(688\ \mathrm{K}) = 0.43\ \mathrm{meV}$$

Dakle, fotoni za koje je intezitet zračenja crnoga tijela, dakle kružne ploče, najveći imaju vrlo malenu energiju, svega 0.43 meV.
Valna je duljina tih fotona jednaka 4200 nm, dakle oni su iz mikrovalnoga dijela spektra.

Pažljivi će maturant uočiti da je jedinica konstante hc/b jednaka jedinici Boltzmannove konstante k_B, naime J/K, ali joj je vrijednost 4.98 puta (dakle, približno pet puta) veća od vrijednosti k_{B}.